

Nome:

RG ou CPF:

Avisos importantes – ler com atenção

- A prova deverá ser realizada sem consulta a qualquer material. É permitido o uso de calculadora sem conexão à internet;
- Todas as questões possuem o mesmo valor;
- As respostas devem ser escritas à caneta;
- Coloque seu nome e RG (ou CPF) em todas as folhas;
- A prova é constituída por 10 (dez) questões. O desenvolvimento de cada questão deve ser apresentado de forma clara, conduzindo à resposta;
- O candidato deve optar por responder apenas 6 (seis) questões – dentre as 10 (dez) que constam na prova – indicando no diagrama abaixo aquelas a serem corrigidas. Além disso é obrigatório que seja resolvida ao menos uma das questões relacionadas à Física Moderna e Contemporânea (8, 9 e 10), como assinalado no diagrama abaixo. Caso nenhuma das questões de Física Moderna seja assinalada, serão corrigidas apenas as primeiras 5 (cinco) questões assinaladas nos espaços entre a questão 1 e 10, independentemente do número de questões assinaladas nesses espaços.

Q1	<input type="radio"/>
Q2	<input type="radio"/>
Q3	<input type="radio"/>
Q4	<input type="radio"/>
Q5	<input type="radio"/>
Q6	<input type="radio"/>
Q7	<input type="radio"/>

Q8	<input type="radio"/>
Q9	<input type="radio"/>
Q10	<input type="radio"/>

É obrigatório resolver ao menos uma questão desse grupo.



Nome:

RG ou CPF:

Fórmulas e dados

- Unidades de medida de energia: $1 \text{ cal} \cong 4,2 \text{ J}$; $1 \text{ atm} \cdot \text{L} \cong 101 \text{ J}$;
- Massa reduzida de um sistema de dois corpos: $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$.
- Período do oscilador harmônico: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$
- Lei de Faraday: $\varepsilon_{induzida} = -\frac{d}{dt} \Phi_B$
- Fluxo magnético: $\Phi_B = B A \cos \Theta$
- Variação da energia interna de uma amostra de gás diatômico: $\Delta U = \frac{5}{2} \Delta(pV)$
- Lei de Snell: $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$;
- Interferência de Young: $r_2 - r_1 = m\lambda \cong d \sin \theta$;
- Relação entre duas funções trigonométricas inversas: $\arcsen x = \arctan(x/\sqrt{1-x^2})$;
- Transformações de Lorentz (em três dimensões espaciais): $\vec{r}' = \vec{r} + (\gamma - 1)[(\vec{r} \cdot \vec{u})\vec{u}/u^2] - \gamma t\vec{u}$; $t' = \gamma[t - (\vec{r} \cdot \vec{u})/c^2]$; onde $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ ($\vec{r}' = x'\hat{i} + y'\hat{j} + z'\hat{k}$) é o vetor posição segundo um observador em S (S'), t (t') é o instante de tempo segundo um observador em S (S'), $\gamma = 1/\sqrt{1-u^2/c^2}$ e c é a velocidade da luz no vácuo;
- Velocidade da luz no vácuo: $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$;
- Equação de Schrödinger unidimensional e independente do tempo: $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + V(x)\Psi(x) = E\Psi(x)$;
- Equação de Schrödinger unidimensional e independente do tempo:
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + V(x)\psi(x) = E\psi(x);$$
- Equação de Schrödinger unidimensional e dependente do tempo:
$$i\hbar \frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x,t)\Psi(x,t)$$

Solução da equação de Schrödinger para potencial independente do tempo:

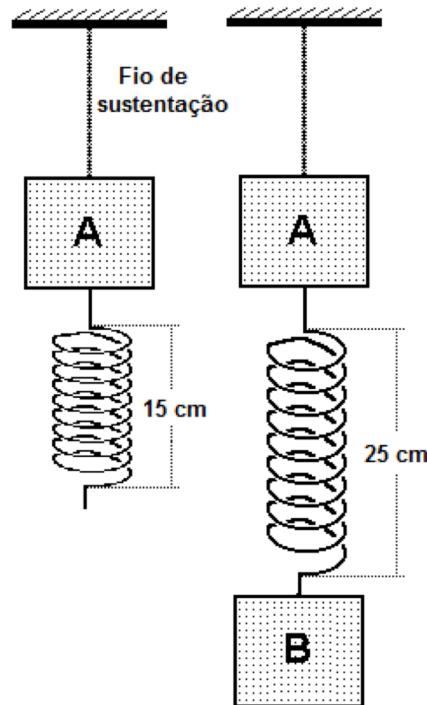
$$\Psi(x,t) = \psi(x) e^{-i\frac{E}{\hbar}t}$$

- Princípio da incerteza $\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$

Nome:

RG ou CPF:

- 1) Um bloco está suspenso por um fio de sustentação leve e inextensível a um suporte no laboratório de Física. Preso ao bloco encontra-se uma mola de Hooke (mola que obedece à Lei de Hooke) com massa desprezível e comprimento de 15 cm conforme indica a figura. Quando à mola é preso um segundo bloco, com massa igual ao primeiro, verifica-se que na situação de equilíbrio do sistema o comprimento da mola é 25 cm. Em um dado momento o fio de sustentação se rompe. Considere que a aceleração da gravidade local vale 10 m/s^2 e que são desprezíveis as forças de resistência do ar.
- imediatamente após a ruptura do fio de sustentação, qual é o valor da aceleração de cada um dos blocos e do centro de massa deste sistema no referencial do laboratório.
 - Quanto tempo após a ruptura do fio de sustentação, no referencial do laboratório, os dois blocos pela primeira vez possuem a mesma aceleração?
 - Quais são os valores das acelerações no item b)?





Nome:

RG ou CPF:

- 2) Em Física, em diversas situações a taxa de variação com o tempo de determinada grandeza X é proporcional a X , ou seja,

$$\frac{dX}{dt} = -CX,$$

sendo C uma constante positiva.

- a) Descreva um processo físico que pode ser modelado por essa equação diferencial, deixando claro que grandezas são representadas por X e C nesse caso.
- b) Obtenha a solução geral dessa equação e, então, uma solução particular que satisfaça uma condição inicial de sua escolha.
- c) Determine o intervalo de tempo, em função de C , para que o valor da grandeza X seja reduzido à metade do valor que ela apresentava no início deste intervalo de tempo, ou seja, a chamada meia-vida de X



Nome:

RG ou CPF:

- 3) Em uma região do espaço existe uma indução magnética uniforme B variável no tempo, dada pela seguinte equação

$$B_x = 0,5 \operatorname{sen} (200 \pi t + \pi/2) \text{ Tesla},$$

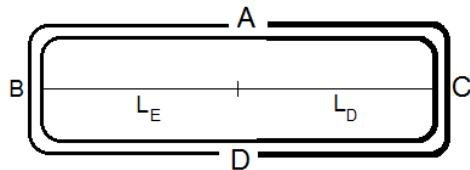
onde t é o tempo em segundos. Uma bobina do tipo solenoide, com 500 espiras circulares em série, cada uma delas com a área de 10 cm^2 e resistência elétrica de $0,0040 \Omega$, posta nesta região onde há campo magnético, está orientada de modo a maximizar as variações temporais de fluxo magnético através da bobina.

- Encontre a equação que fornece a força eletromotriz (fem) na bobina em função do tempo e a represente em um gráfico da fem em função do tempo.
- Desprezando os efeitos autoindutivos da bobina calcule a intensidade da corrente máxima na bobina quando aos seus terminais é conectado um resistor de $3,0 \Omega$.

Nome:

RG ou CPF:

- 4) Um interferômetro acústico, como o esquematizado na figura abaixo, pode ser utilizado para demonstrações de interferência de ondas sonoras. A parte esquerda do tubo tem comprimento L_E constante; já a parte direita é móvel, tendo comprimento o L_D variável. Uma onda sonora pura (isto é, com uma única frequência) penetra pela extremidade superior (A) do tubo, que contém ar, e se divide em duas. Uma delas percorre o caminho ABD e a outra percorre o caminho ACD. Na extremidade inferior (D), onde há um detector de som, essas ondas interferem entre si.
- a) Esboce um gráfico da intensidade sonora na abertura D em função do comprimento L_D , quando o lado direito do tubo é movido suavemente para a direita enquanto os sons puros entram pela abertura A.
- b) Que condição deve ser satisfeita pela diferença $(L_D - L_E)$ para que haja interferência construtiva no detector de som situado em D?
- c) O interferômetro foi ajustado de modo que em D ocorre um máximo da intensidade sonora. O tubo móvel é, então, puxado suavemente para a direita 15 cm, enquanto cinco novos máximos são percebidos. Qual o comprimento de onda da onda sonora que penetrou em A?





Nome:

RG ou CPF:

- 5) No selo Procel (Programa de Nacional de Conservação da Energia Elétrica) de um chuveiro elétrico se encontram as seguintes informações:

1 - Consumo de energia elétrica mensal (1 banho de 8 min a cada dia durante 30 dias) em potência econômica: 9,6 kW.h

2 - Elevação da temperatura da água ao passar pelo chuveiro: 10°C

3 - Vazão da água no chuveiro: 3,0 L/min

- a) Estime a potência elétrica do chuveiro a partir do item 1.
- b) Estime a potência elétrica do chuveiro a partir dos itens 2 e 3 admitindo que toda energia elétrica dissipada no chuveiro tenha sido transferida para a água, aquecendo-a sem produzir evaporação.
- c) Supondo que a diferença entre os resultados de A e B seja exclusivamente explicada pela evaporação de parte da água quente que sai do chuveiro, estime a massa de água evaporada mensalmente.

Dados: Calor específico de água: 4,2 kJ/kg. Calor de evaporação da água: 2,3 MJ/kg.

Massa específica da água: 1 kg/L.



Nome:

RG ou CPF:

- 6) Uma amostra de gás ideal diatômico se expande desde volume de 1 L até 4 L. Durante a expansão a sua pressão p (em atmosferas) varia com o volume V (em litros) de acordo com a seguinte equação $P = \frac{64}{V^2}$ atm.
- Calcule o trabalho realizado pelo gás nesta expansão.
 - Qual é a variação da energia interna do gás nesta expansão.



Nome:

RG ou CPF:

- 7) Uma onda eletromagnética monocromática de comprimento de onda λ que incide em uma fenda única de espessura a , produz em um anteparo um padrão de intensidade dado por:

$$I = I_0 \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta\right)}{\frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta} \right]^2.$$

Essa relação vale quando a espessura da fenda é pequena se comparada à distância entre essa fenda e o anteparo. Mostre que a condição que determina as posições dos máximos é dada por:

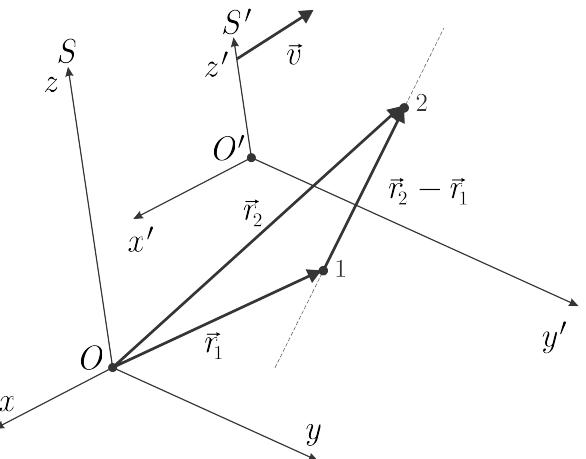
$$\tan \beta = \beta,$$

onde $\beta = (\pi a / \lambda) \sin \theta$.

Nome:

RG ou CPF:

- 8) Suponha que dois eventos ocorram nos instantes t_1 e t_2 segundo um observador situado em um referencial inercial fixo S . Suponha que o evento 1 ocorra antes do evento 2, ou seja, que $t_1 < t_2$. Responda as seguintes questões:
- Para um observador no sistema S' , que se move com velocidade \vec{v} em relação a S , é possível que uma medição dos instantes de tempo t'_1 e t'_2 em que os eventos 1 e 2 ocorrem em S' resulte em $t'_1 > t'_2$. Em outras palavras, os eventos podem ocorrer na ordem inversa para um observador em S' . Usando as transformações de Lorentz (fornecidas no formulário), obtenha uma condição para essa inversão poder ser observada. Interpreta-a fisicamente.
 - Suponha agora que o evento 1 é a causa¹ do evento 2, ou seja, ambos estão conectados por uma *relação causa-efeito*. Por exemplo, o evento 1 consiste em uma emissão de um sinal com velocidade \vec{u} que, quando alcança o ponto 2, provoca a emissão de um sinal de luz neste ponto. Mostre que a suposição de que os eventos possam ser percebidos na ordem inversa por um observador em S' acarreta em $u \equiv |\vec{u}| > c$.



¹ Causalidade é uma questão bastante complexa na ciência. Suponhamos nesse caso a existência de uma causalidade do tipo *gatilho*, ou seja, que o evento 1 desencadeie uma série complexa de eventos que culminem na ocorrência do evento 2.



Nome:

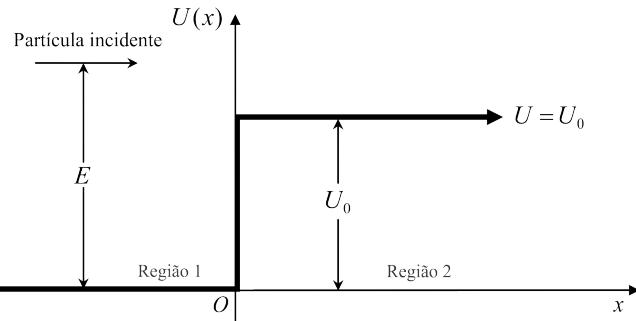
RG ou CPF:

- 9) Considere, em Mecânica Quântica, o problema de uma partícula de massa m sujeita a um potencial $V = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$, do tipo oscilador harmônico unidimensional de frequência natural ω (ignorando, então, as demais dimensões espaciais do problema).
- Verifique se a função (de onda) $\phi_1(x) = Ae^{-\frac{1m\omega}{2\hbar}x^2}$, (A constante) é solução da equação de Schrödinger independente do tempo correspondente e, se for o caso, determine o valor da energia associada. $\phi_1(x)$, autofunção de energia? É autofunção de posição?
 - No pequeno entorno de qual região espacial é maior a probabilidade de presença da partícula, quando se encontra no estado representado por ϕ_1 ?
 - O estado caracterizado por $\phi(x) = \phi_1(x) + \phi_3(x)$, $\phi_3(x)$ representando o estado de energia E_3 da partícula, é um autoestado de energia? Justifique a sua resposta.
 - Considerando a equação de Schrödinger dependente do tempo associada ao problema, sendo $\psi_1(x, t = 0) = \phi_1(x)$ e $\psi(x, t = 0) = \phi(x)$, determine $\psi_1(x, t = T)$ e $\psi(x, t = T)$. $\psi_1(x, T)$ é autofunção de energia? $\psi(x, T)$ é autofunção de energia?
 - A densidade de probabilidade de posição depende do tempo em cada um desses dois casos?

Nome:

RG ou CPF:

- 10) Um feixe de partículas monoenergético (massa m e energia E) faz parte de um sistema cuja energia potencial é definida como uma *função degrau*, como mostrado na figura ao lado. A energia potencial é nula quando $x \in (-\infty, 0)$ e tem valor constante U_0



quando $x \in [0, +\infty)$. Considerando $E > U_0$, responda as seguintes questões:

- Resolva a equação de Schrödinger para ambas as regiões desse sistema e encontre as relações entre as amplitudes de probabilidade.
- Análogo quanto-mecânico da refração:* considere a região mostre que a velocidade do feixe diminui na passagem da região 1 ($x < 0$) para a região 2 ($x \geq 0$), sendo a razão entre as velocidades dada por

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{1 - \frac{U_0}{E}}.$$

- A dinâmica de uma partícula do feixe em movimento unidimensional no sentido positivo do eixo x , sob a influência de uma energia de interação com valor constante, pode ser descrita pela função de onda $\psi(x, t) = Ae^{i(kx-\omega t)}$, sendo o momentum linear da partícula dado por $p = \hbar k$. Costuma-se interpretar $\mathcal{F} = |A|^2 \hbar k/m$ como o fluxo de partículas que se move na direção x (sentido positivo) – aqui o módulo $|A|^2$ da amplitude é a probabilidade por unidade de comprimento (densidade linear de probabilidade).

No sistema mostrado na figura, uma partícula do feixe pode ser refletida ou transmitida na interface entre as duas regiões. Mostre que as probabilidades de reflexão e transmissão são dadas, respectivamente, por:

$$R = \frac{\mathcal{F}_R}{\mathcal{F}_I} = \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right)^2 = \left(\frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} \right)^2,$$

$$T = \frac{\mathcal{F}_T}{\mathcal{F}_I} = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2} = \frac{4v_1 v_2}{(v_1 + v_2)^2}.$$

As quantidades \mathcal{F}_R , \mathcal{F}_T e \mathcal{F}_I são, respectivamente, os fluxos de partículas refletidas, transmitidas e incidentes na interface entre as duas regiões.

- Pode-se mostrar que a densidade (nesse caso, linear) de corrente de probabilidade é dada por

$$j = \frac{\hbar}{2im} \left(\psi^* \frac{d\psi}{dx} - \psi \frac{d\psi^*}{dx} \right).$$

Calcule j em ambas as regiões e mostre que $j_1 = \mathcal{F}_I - \mathcal{F}_R$ e $j_2 = \mathcal{F}_T$. A partir desse resultado, mostre que há conservação da probabilidade (e, portanto, do número de partículas) no processo de interação do feixe com a interface (em $x = 0$).