



Nome:

RG ou CPF:

Avisos importantes – ler com atenção

- Todas as questões possuem o mesmo valor;
- As respostas devem ser escritas à caneta;
- Coloque seu nome e RG (ou CPF) **em todas as folhas**;
- A prova é constituída por 11 (onze) questões. O desenvolvimento de cada questão deve ser apresentado de forma clara, conduzindo à resposta;
- O candidato deve optar por responder **apenas 8 (oito) questões** – dentre as 11 (onze) que constam na prova – **indicando no diagrama abaixo aquelas a serem corrigidas**. Além disso é obrigatório que seja resolvida ao menos uma das questões relacionadas à Física Moderna e Contemporânea (9, 10 e 11), como assinalado no diagrama abaixo. Caso nenhuma das questões de Física Moderna seja assinalada, **serão corrigidas apenas as primeiras 7 (sete) questões assinaladas nos espaços entre a questão 1 e 11, independentemente do número de questões assinaladas nesses espaços**.

Q1	☐	Q8	☐
Q2	☐	Q9	☐
Q3	☐	Q10	☐
Q4	☐	Q11	☐
Q5	☐		
Q6	☐		
Q7	☐		

É obrigatório resolver ao menos uma questão desse grupo.



Nome:

RG ou CPF:

Fórmulas e dados

- Momento de inércia de uma esfera, em relação a um eixo que passa pelo seu centro de massa: $I_o = \frac{2}{5}mR^2$;
- Período de um pêndulo físico: $T = 2\pi\sqrt{\frac{I_o}{mgh}}$ sendo h a distância do pivô ao centro de massa e I_o o momento de inércia em relação ao eixo de suspensão;
- Momento de inércia em relação a um eixo paralelo que dista h do centro de massa: $I = I_o + mh^2$;
- Equação geral de estado do gás ideal: $pV = nRT$;
- Primeira Lei da Termodinâmica: $\Delta U = Q - W$;
- Unidades de medida de energia: $1 \text{ cal} \cong 4,2 \text{ J}$; $1 \text{ atm} \cdot \text{L} \cong 101 \text{ J}$;
- Pressão em um fluido em equilíbrio estático: $p = p_0 + \rho gh$;
- Permeabilidade magnética do vácuo: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A}$;
- Lei de Ampère: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{int}}$;
- Equação diferencial que descreve o processo de carga em um capacitor em um circuito RC-série simples alimentado por uma fonte cuja força eletromotriz é ε : $\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{\varepsilon}{R}$;
- Lei de Snell: $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$;
- Interferência de Young: $r_2 - r_1 = m\lambda \cong d \sin \theta$;
- Relação entre duas funções trigonométricas inversas: $\arcsen x = \arctan(x/\sqrt{1-x^2})$;
- Transformações de Lorentz (em três dimensões espaciais): $\vec{r}' = \vec{r} + (\gamma - 1)[(\vec{r} \cdot \vec{u})\vec{u}/u^2] - \gamma t\vec{u}$; $t' = \gamma[t - (\vec{r} \cdot \vec{u})/c^2]$; onde $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ ($\vec{r}' = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$) é o vetor posição segundo um observador em S (S'), t (t') é o instante de tempo segundo um observador em S (S'), $\gamma = 1/\sqrt{1-u^2/c^2}$ e c é a velocidade da luz no vácuo;
- Velocidade da luz no vácuo: $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$;
- Equação de Schrödinger unidimensional e independente do tempo: $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + V(x)\Psi(x) = E\Psi(x)$;
- Princípio da incerteza $\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$

Nome:

RG ou CPF:

- 1) Dois blocos A e B estão unidos por uma mola e em repouso sobre uma superfície horizontal como representado na figura ao lado. O coeficiente de atrito entre o bloco A e o solo é desprezível; já o coeficiente de atrito estático entre B e o solo vale $1/4$. Um projétil de massa m_p e velocidade de módulo v incide sobre o bloco A, ficando incrustado no seu interior. São dadas as massas: $m_p = 100$ g, $m_A = 900$ g e $m_B = 2,8$ kg, a constante elástica da mola $k = 70$ N/m e o módulo da velocidade do projétil, $v = 20$ m/s. Considere a intensidade da aceleração gravitacional 10 m/s². Pergunta-se: qual é o valor da velocidade do bloco A, quando o corpo B está na iminência de se mover? Deixe claras as aproximações consideradas.



Nome:

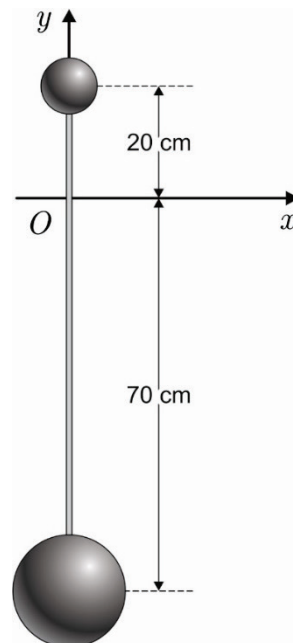
RG ou CPF:

- 2) Duas bolas maciças, de forma esférica, de mesmo material, uma com raio de 10,0 cm e a outra com raio de 20,0 cm foram unidas por uma barra com massa desprezível frente às massas das bolas. Os centros das duas bolas distam entre si por 90,0 cm conforme indica a figura à direita. Um eixo horizontal passa pela haste a 20,0 cm do centro da bola menor, possibilitando que este sistema seja um pêndulo físico em um local onde a aceleração da gravidade vale $9,793 \text{ m/s}^2$. A posição do centro de massa do conjunto (bolas + haste) pode ser escrita como:

$$x_{\text{CM}} = A \cos \omega t ;$$

$$y_{\text{CM}} = C + A \sin \omega t .$$

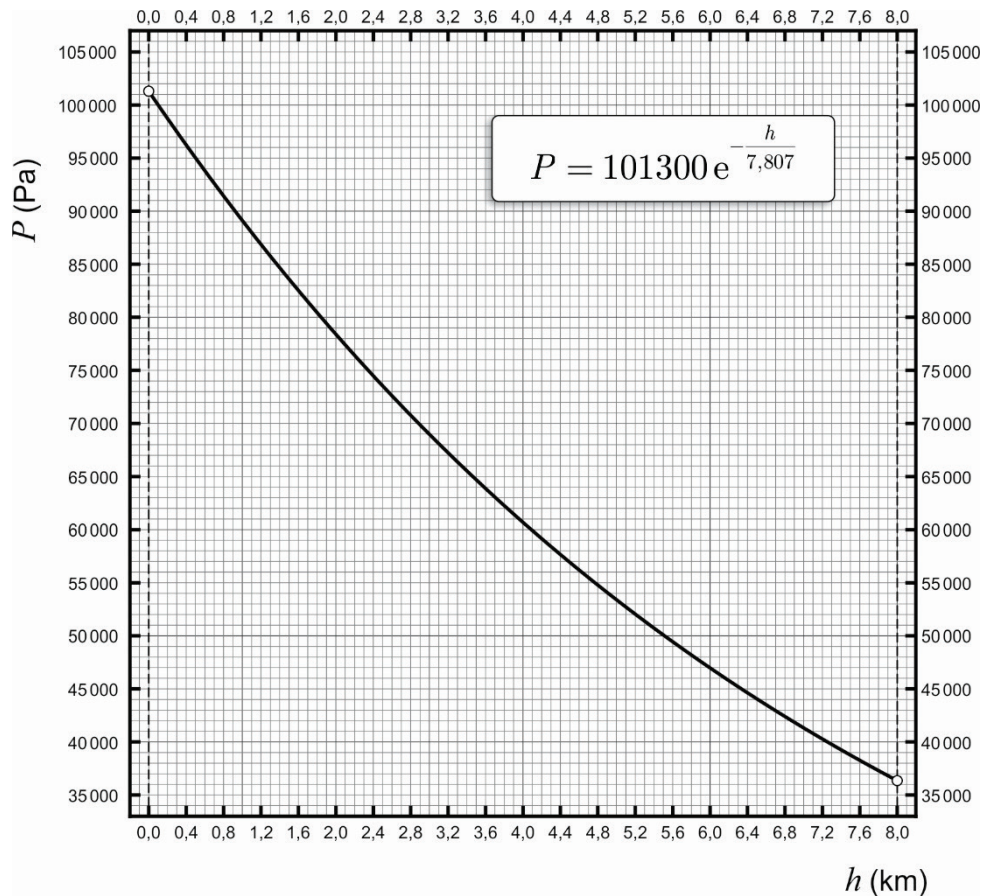
- a) Determine a constante C no sistema de referência indicado na figura.
b) Qual é o período de pequenas oscilações deste pêndulo?



Nome:

RG ou CPF:

- 3) A pressão atmosférica P varia exponencialmente com altitude (h) medida em relação ao nível do mar em acordo com o gráfico à direita. Em uma localidade nos Andes foi utilizado um barômetro de Torricelli e, em acordo com a figura 1, a coluna de mercúrio atingiu 50 cm. A pressão de vapor saturado de mercúrio no “vácuo de Torricelli” é desprezível pois ela vale menos de 1 Pa. Após, lentamente foi introduzido álcool na coluna de mercúrio do manômetro, conforme a figura 2 indica. Finalmente, quando a coluna de mercúrio se reduziu para 39 cm, restou acima dela uma coluna de álcool líquido de 85 cm de altura e no restante da parte superior do tubo restou vapor saturado de álcool. Sabe-se que a massa específica do mercúrio é 13600 kg/m^3 , do álcool líquido é 800 kg/m^3 e a aceleração da gravidade local $9,79 \text{ m/s}^2$.



- a) Qual é aproximadamente a altitude da localidade nos Andes?
- b) Qual é a pressão de vapor saturado de álcool?

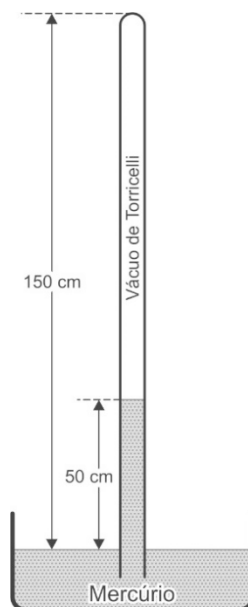


Figura 1

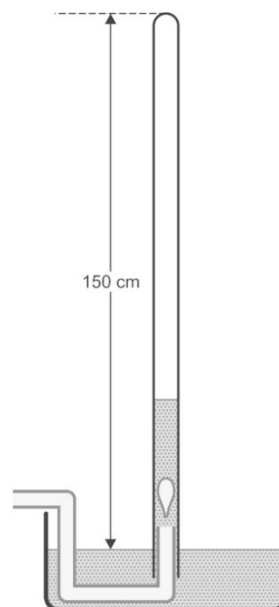


Figura 2

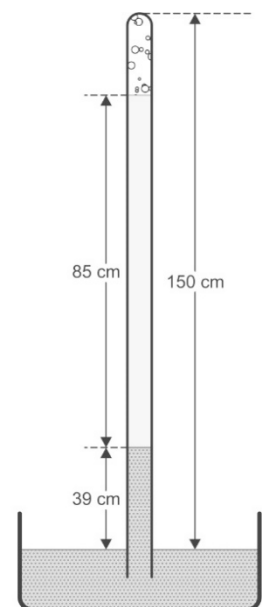


Figura 3

Nome:

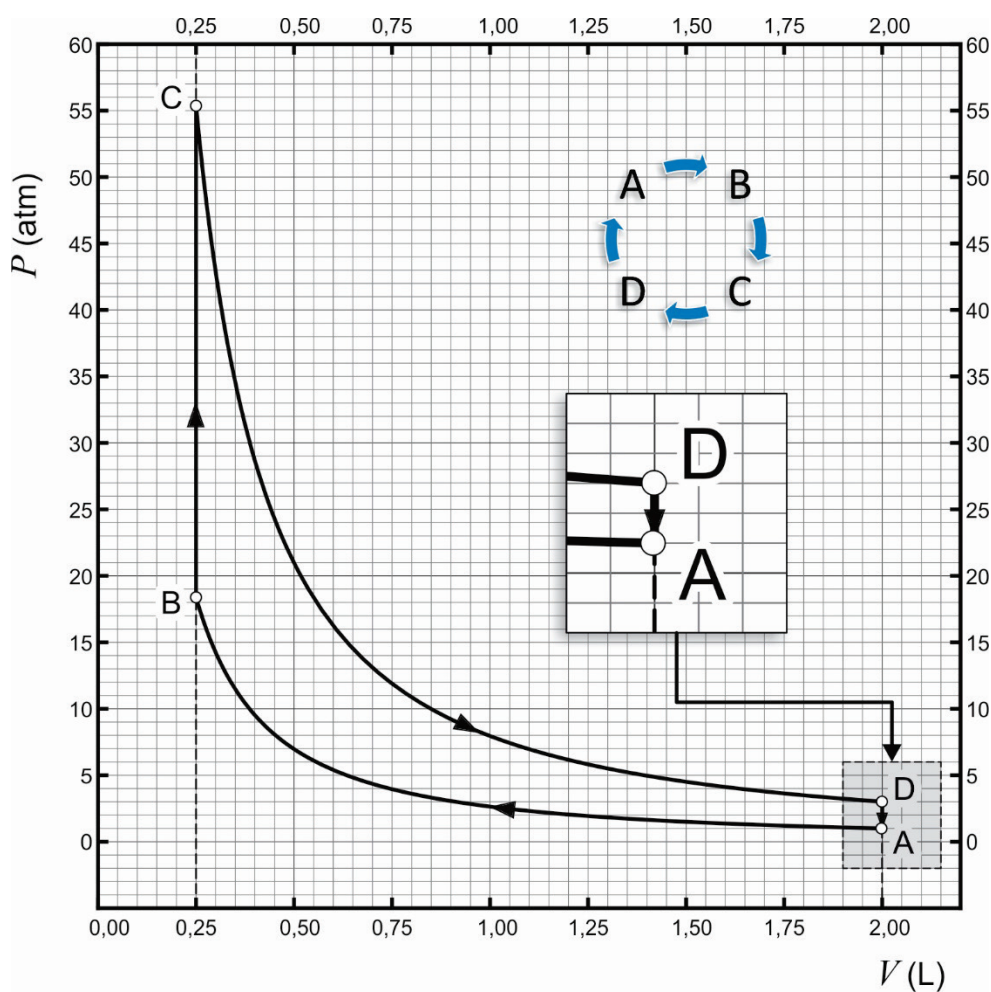
RG ou CPF:

- 4) O gráfico abaixo representa o ciclo realizado com uma amostra gasosa em uma *máquina tipo Otto*. As duas curvas indicam transformações adiabáticas. Sabe-se que na expansão adiabática o gás realiza um trabalho de 1,98 kJ e que na compressão adiabática ele sofre um trabalho de 0,66 kJ. Sabe-se também que a pressão na compressão adiabática é dada por

$$P = \frac{2,64}{V^{7/5}},$$

onde a pressão P é dada em atm e o volume V em litros. Na transformação isométrica BC o gás recebe em calor 556 cal e na transformação isométrica DA (ver detalhe na figura) o gás cede em calor 242 cal.

- Demonstre que o trabalho na compressão adiabática é realizado sobre o gás e o seu valor é de fato cerca de -0,66 kJ.
- Qual é o trabalho no ciclo?
- Determine a variação da energia interna do gás em cada uma das quatro transformações.

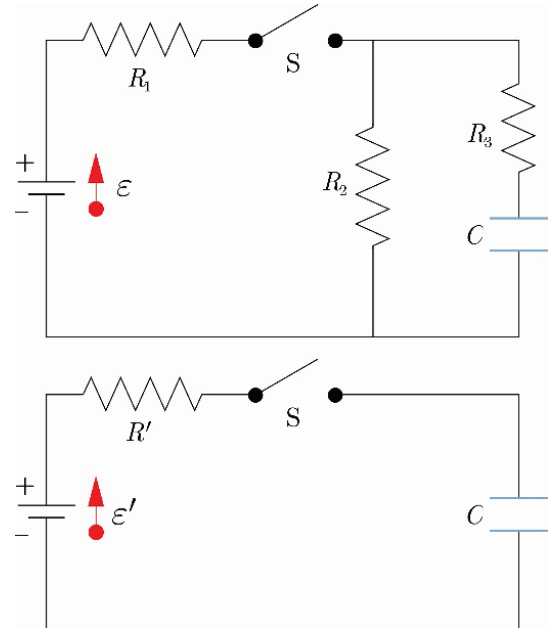


Nome:

RG ou CPF:

- 5) O circuito da figura consiste em uma associação de três resistores com resistências R_1 , R_2 e R_3 e um capacitor com capacitância C , inicialmente descarregado. No instante $t = 0$ a chave S é fechada e o capacitor passa a se carregar. Se o objetivo é obter a função que descreve a carga do capacitor em função do tempo, mostre que o circuito à esquerda pode ser reduzido ao circuito da direita (circuito RC-série simples), onde:

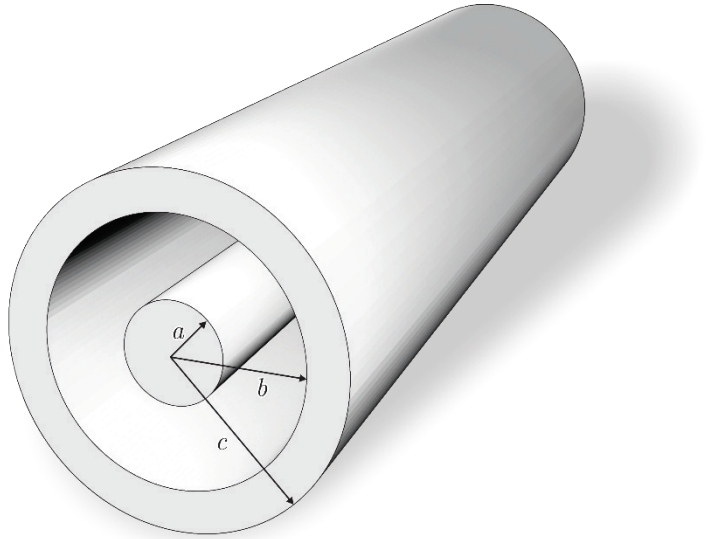
$$\begin{cases} R' = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1 + R_2} \\ \varepsilon' = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \varepsilon \end{cases} .$$



Nome:

RG ou CPF:

- 6) A figura representa um longo cabo coaxial. O condutor cilíndrico interno tem raio de $a = 3 \text{ mm}$ e conduz uma corrente com intensidade de 12 A , uniformemente distribuída sobre a sua seção transversal. A coroa cilíndrica externa conduz uma corrente de 10 A , em sentido oposto ao da corrente no cilindro condutor interno, uniformemente distribuída sobre a sua seção transversal; o raio interno da coroa cilíndrica é $b = 7,0 \text{ mm}$ e o externo é $c = 9,0 \text{ mm}$. Utilizando a Lei de Ampère encontre:
- O valor da indução magnética a 10 mm do eixo de simetria do cabo.
 - Uma equação que fornece o valor da indução magnética a uma distância superior a $7,0 \text{ mm}$ e inferior a $9,0 \text{ mm}$ do eixo de simetria do cabo.

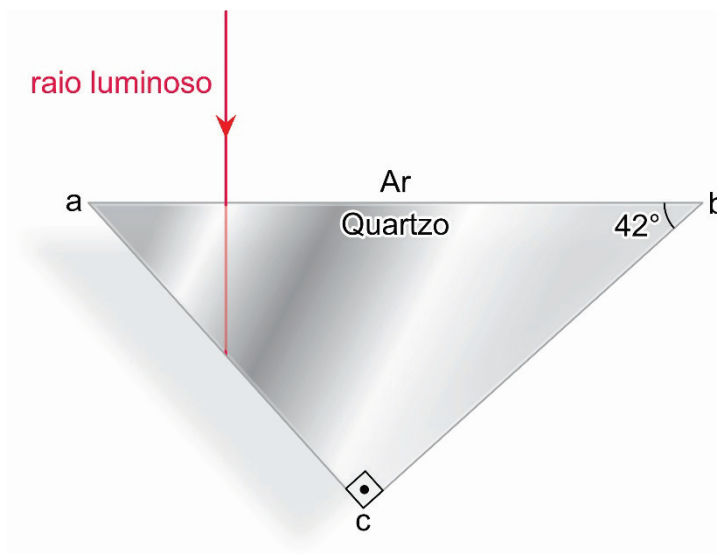


Nome:

RG ou CPF:

- 7) A figura representa um prisma triangular reto de quartzo (índice de refração do quartzo: 1,56) imerso em ar (índice de refração do ar: 1,00). Um raio luminoso incide normalmente à face ab do prisma e sofre duas reflexões internas emergindo a seguir do prisma.

- Represente a trajetória do raio luminoso que penetra no prisma até emergir dele, indicando o valor do ângulo de incidência em cada uma das três faces.
- Prove que acontecerá reflexão interna total nas faces ac e cb .
- Prove que se o prisma estivesse imerso em água (índice de refração: 1,33) as reflexões internas não mais seriam totais.



Nome:

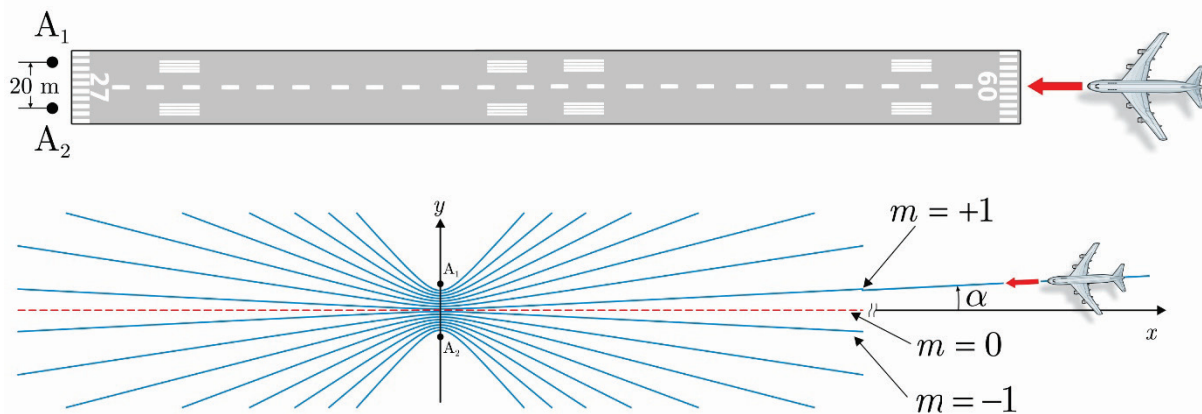
RG ou CPF:

- 8) Na cabeceira de uma pista de pouso e decolagem estão dispostas duas antenas A_1 e A_2 (ver a parte superior da figura). Considere que ambas constituam um sistema de fontes puntiformes de ondas de rádio de frequência 300 MHz, separadas por $d = 20$ m. Assim, esse sistema produz regiões de máximos e mínimos de interferência no espaço. Em regiões próximas ao solo, os pontos de máximo de interferência descrevem a família de hipérboles mostrada na parte inferior da figura (para m ímpares, por clareza), sendo que as antenas ocupam os focos dessas hipérboles. Pode-se mostrar que a equação que descreve essa família de hipérboles é dada por:

$$\frac{y^2}{\left(\frac{m^2\lambda^2}{4}\right)} - \frac{x^2}{\left(\frac{d^2-m^2\lambda^2}{4}\right)} = 1.$$

Se um avião estiver se aproximando na modalidade de *pouso por instrumentos*, o ideal é que os computadores de bordo alinhem o mesmo se orientando pelos máximos principais do padrão espacial de interferência ($m = 0$), ou seja, a linha $y = 0$ mostrada na parte inferior da figura (linha pontilhada). Nesse caso, o pouso seria frontal, como mostrado na parte superior da figura. No entanto, suponha que por acidente os computadores de bordo alinhem o avião pelos máximos de ordem 1 ($m = \pm 1$) no primeiro ramo superior da hipérbole, de forma que o pouso não se configure exatamente frontal. Apenas os máximos de ordem ímpar são mostrados na figura.

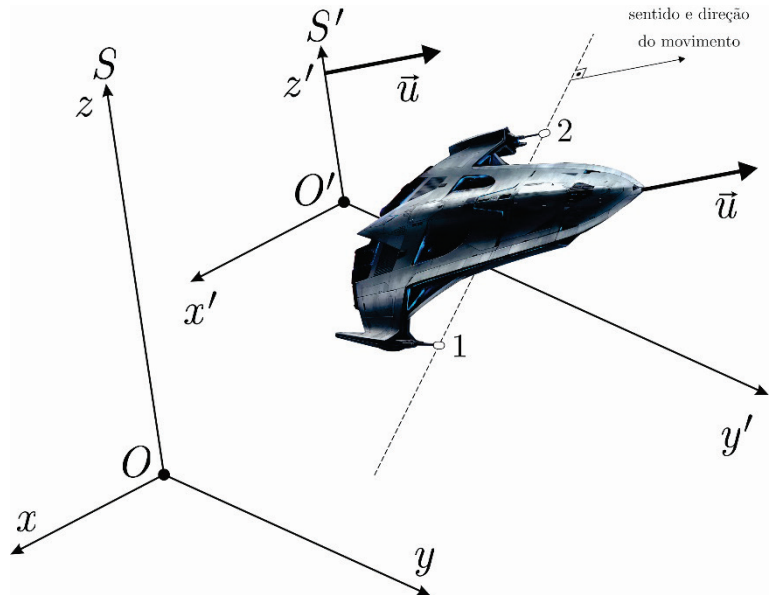
- Por meio da equação da hipérbole, calcule o ângulo α entre a linha da trajetória do avião e o eixo da pista de pouso (direção x). Considere que o avião está a uma distância das antenas bem maior do que a distância de separação entre elas.
- Compare o valor obtido para α com o ângulo θ calculado a partir da relação aproximada $d \sin \theta = m\lambda$. Por que os valores são (praticamente) idênticos?



Nome:

RG ou CPF:

- 9) Uma nave espacial viaja pelo espaço com velocidade constante $\vec{u}$, em uma direção arbitrária em relação a um sistema de referência inercial S . Considere a nave como fixa no inercial S' , como mostra a figura. Em um dado momento, a nave passa por uma estação espacial, fixa no sistema S , e emite dois sinais luminosos por meio das luzes posicionadas em 1 e 2. Suponha que esses sinais luminosos são simultâneos para os tripulantes da nave e que a linha que une os dois eventos 1 e 2 (emissões de sinais luminosos) é perpendicular à direção do movimento da nave. Mostre, por meio das transformações de Lorentz em três dimensões (ver formulário), que nesse caso os sinais são também simultâneos para um observador posicionado na estação espacial.



Nome:

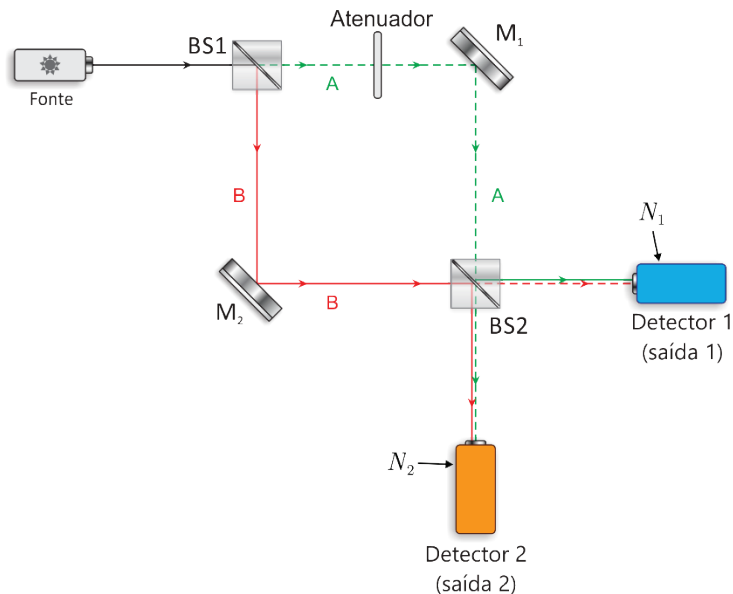
RG ou CPF:

10) Experimentos envolvendo o interferômetro de Mach-Zehnder são há tempo centrais na pesquisa sobre os fundamentos da Física Quântica. Na sua configuração mais básica para esse tipo de experimento, ele consiste de uma fonte monofotônica (emite um fóton por vez), dois divisores de feixe BS_1 e BS_2 (BS é uma sigla originada do inglês *beam splitter*), dois espelhos M_1 e M_2 e dois sistemas de detecção nas saídas 1 e 2, após o segundo divisor de feixe. Suponha que nessas saídas sejam posicionados dois detectores de fótons, que fazem contagem dos fótons neles incidentes (ver figura). Os divisores de feixe são 50 por cento refletor, ou seja, a probabilidade de cada fóton ser refletido por qualquer dos divisores de feixe é 0,5 (assim, a probabilidade de ser transmitido é também 0,5). Suponha que no braço A do interferômetro é posicionado um atenuador, cujo coeficiente de transmissão é 0,25. Suponha ainda que o atenuador adicione um comprimento de onda no caminho óptico no braço A para o fóton por ele transmitido (equivalente a uma fase 2π). O fóton que interage com o atenuador tem probabilidade $\tau = 0,25$ de ser transmitido por ele e, consequentemente, probabilidade 0,75 de ser absorvido. O formalismo matemático da Física Quântica permite demonstrar que nessas condições as probabilidades de incidência de fótons em cada detector são dadas por

$$\begin{cases} P_1(\tau) = \frac{1 + 3\tau}{4} \\ P_2(\tau) = \frac{1 - \tau}{4} \end{cases}$$

Note que quando não há nenhum obstáculo no braço A ($\tau = 1$), os fótons incidem apenas no detector 1, não incidindo no 2. Esse é um caráter contraintuitivo dos fótons, que constitui a *interferência quântica*. A inserção do atenuador faz com que os fótons passem a incidir no detector 2, ou seja, há uma destruição parcial da interferência¹. Sabendo-se que a fonte emitiu $N_F = 90.000$ (noventa mil) fótons, solicita-se:

- As quantidades aproximadas de fótons N_1 e N_2 que incidem, respectivamente, nos detectores 1 e 2;
- A probabilidade $P_{ab}(\tau)$ de que um fóton qualquer emitido pela fonte seja absorvido pelo atenuador ao incidir no interferômetro;
- O valor de τ para o qual a quantidade de fótons absorvidos é aproximadamente igual à quantidade de fótons contabilizados no detector 1.



¹ Pode-se mostrar que isso ocorre por que o atenuador permite que se obtenha informação sobre o caminho (A ou B) associado ao fóton que incide nos detectores – essa destruição parcial da interferência é uma manifestação da *complementaridade* entre os comportamentos corpuscular e ondulatório do fóton.



Nome:

RG ou CPF:

11) Uma partícula está confinada em um poço de potencial infinito, com largura a , conforme a figura abaixo. Considere a equação de Schrödinger independente do tempo para solucionar os itens abaixo.

a) Mostre que os autovalores de energia são dados por

$$E = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2ma^2}; n = 1, 2, 3, \dots$$

b) Suponha que haja seis elétrons nos três níveis de menor energia. Qual é a energia total do sistema, em função da massa do elétron e da largura do poço?

c) Calcule a energia de ponto zero e mostre que ela é compatível com o princípio de incerteza.

